

Optimisation numérique – répétition 9

Line search, branch and bound

30 avril 2010

Question 1. Exemple de chemin central.

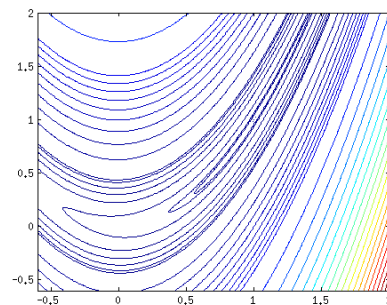
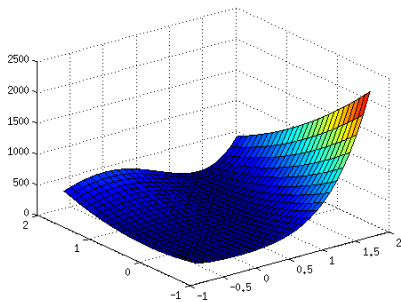
1. Trouvez, sous la forme $y(\mu)$, le chemin central de

$$\begin{aligned} \max \quad & y_1 \\ \text{s.t.} \quad & y_1 \geq 0 \\ & y_2 \geq 0 \\ & y_1 + y_2 \leq 1. \end{aligned}$$

2. Quel est l'optimum du problème? Quel est le centre analytique du polyèdre?
3. Que se passe-t-il si on considère $\min y_1$ comme objectif?
4. Ecrivez le dual.
5. Déduisez, sans trop de calculs, quelle est l'équation du chemin central dual $x(\mu)$.
6. Vérifiez que le saut de dualité entre $x(\mu)$ et $y(\mu)$ prend sa valeur théorique.

Question 2. [Problème de Rosenbrock] Trouver une approximation du minimum de la fonction

$$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$



1. en effectuant trois itérations de la méthode de descente du gradient avec recherche linéaire.
2. en effectuant trois itérations de la méthode de Newton avec recherche linéaire.

Question 3. Résoudre géométriquement par branch-and-bound

$$\begin{array}{llll}
 \max & 9x_1 & + & 5x_2 \\
 \text{s.t.} & 4x_1 & + & 9x_2 & \leq 35 \\
 & x_1 & & & \leq 6 \\
 & x_1 & - & 3x_2 & \geq 1 \\
 & 3x_1 & + & 2x_2 & \leq 19 \\
 & & & & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+
 \end{array}$$

Question 4. Résoudre géométriquement par branch-and-bound

$$\begin{array}{llll}
 \max & 2x_1 & + & 3x_2 \\
 \text{s.t.} & -\frac{2}{3}x_1 & + & x_2 & \leq \frac{5}{9} \\
 & \frac{1}{3}x_1 & + & x_2 & \leq \frac{9}{2} \\
 & 2x_1 & + & x_2 & \leq 14 \\
 & & & & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+
 \end{array}$$

Question 5. Résoudre le problème discret

$$\begin{array}{ll}
 \max & z = 17x_1 + 10x_2 + 25x_3 + 17x_4 \\
 \text{s.t.} & 5x_1 + 3x_2 + 8x_3 + 7x_4 \leq 15 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}
 \end{array}$$

Question 6. Résoudre le problème discret

$$\begin{array}{ll}
 \max & z = 2x_1 + 14x_2 + 3x_3 + 5x_4 \\
 \text{s.t.} & x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 6x_4 \leq 10 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}
 \end{array}$$