Optimisation numérique – répétition 8

Non-linéaire

23 avril 2010

Question 1. Le problème suivant

$$\begin{array}{rl} \min & c^T x + d^T y \\ s.t. & ||x|| \leq ||y|| \\ & x, y \in \mathbb{R}^n \end{array}$$

est-il convexe ?

Question 2. Transformez le problème

$$\begin{array}{rl} \min & x^T Q x \\ s.t. & ||x||_2 \leq \gamma \end{array}$$

où Q est définie positive en un problème solvable efficacement.

Question 3. James Bond a pour mission de désamorcer une bombe nucléaire située sur un bateau amarré à 50 mètres du rivage. Pour l'instant, James Bond se trouve à 100 mètres du point le plus proche du bateau sur le rivage. Il est capable de courir sur la plage à 18 km/h et de nager à 10 km/h.

Il faut 25 secondes à James Bond pour désamorcer la bombe une fois sur place. Celle-ci est programmée pour exploser dans une minute.

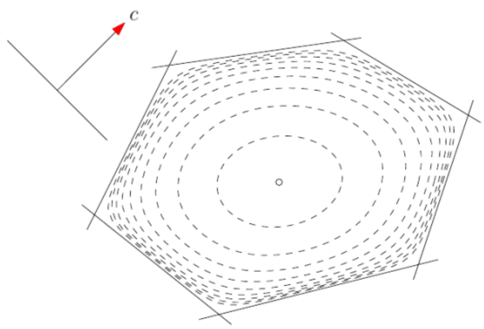
1. Formuler le problème de savoir si James Bond pourra désamorcer la bombe par un problème d'optimisation conique.
2. En négilgeant les éventuelles bornes sur les variables, écrire le dual de ce problème.

3. En résolvant le dual, déduire si James Bond pourra désamorcer la bombe à temps.

Question 4. A l'aide des conditions KKT, trouver la solution optimale du problème

$$\begin{array}{ll} \min & x^2 \\ s.t. & (x-2)^2 \leq 1 \end{array}$$

Question 5. La figure suivante



représente le domaine de faisabilité du programme linéaire

$$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ \text{s.t.} & a_i^T x \leq b_i, \quad i = 1, \ldots, 6 \end{array}$$

comportant deux variables et six contraintes. Sont également illustrés
– le vecteur c,
– le centre analytique et
– quelques courbes de niveau de la fonction barrière $\phi(x) = -\sum_{i=1}^{6} \log(b_i - a_i^T x)$.
Dessinez précisément le chemin central et expliquez votre réponse.