Optimisation numérique – répétition 7

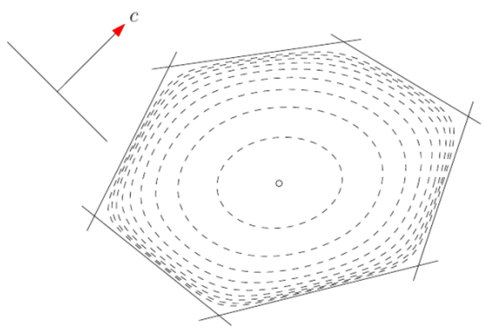
Non-linéaire

29 avril 2011

Question 1. A l'aide des conditions KKT, trouver la solution optimale du problème

$$\begin{array}{rl} \min & x^2 + y \\ s.t. & (x-2)^2 \leq 1 \\ & y^3 - 3x \geq 5 \end{array}$$

Question 2. La figure suivante



représente le domaine de faisabilité du programme linéaire

$$\begin{array}{rl} \min & c^T x \\ \text{s.t.} & a_i^T x \leq b_i, \quad i = 1, \ldots, 6 \end{array}$$

comportant deux variables et six contraintes. Sont également illustrés
- le vecteur c,
- le centre analytique et
- quelques courbes de niveau de la fonction barrière $\phi(x) = -\sum_{i=1}^{6} \log(b_i - a_i^T x)$.

Dessinez précisément le chemin central et expliquez votre réponse.

Question 3. Exemple de chemin central.

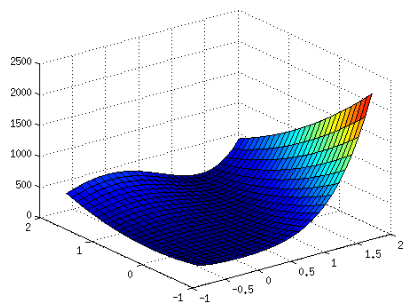
1. Trouvez, sous la forme $y(\mu)$, le chemin central de

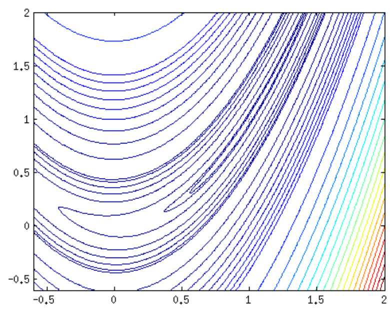
$$\begin{aligned} \max \quad & y_1 \\ s.t. \quad & y_1 \geq 0 \\ & y_2 \geq 0 \\ & y_1 + y_2 \leq 1. \end{aligned}$$

2. Quel est l'optimum du problème ? Quel est le centre analytique du polyèdre ?
3. Que se passe-t-il si on considère min y_1 comme objectif ?
4. Ecrivez le dual.
5. Déduisez, sans trop de calculs, quelle est l'équation du chemin central dual $x(\mu)$.
6. Vérifiez que le saut de dualité entre $x(\mu)$ et $y(\mu)$ prend sa valeur théorique.

Question 4. [Problème de Rosenbrock] Trouver une approximation du minimum de la fonction

$$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$





1. en effectuant trois itérations de la méthode de descente du gradient avec recherche linéaire.
2. en effectuant trois itérations de la méthode de Newton avec recherche linéaire.