Optimisation Discrète

Répétition 5: Cuts

Exercice 1. Trouver une inégalité valide pour les sets suivants:

- $X = \{x \in \{0,1\}^2 : 3x_1 - 4x_2 \leq 1\}$
- $X = \{(x,y) \in \mathbb{R}^1_+ \times \{0,1\} : x \leq 20y, x \leq 7\}$
- $X = \{(x,y) \in \mathbb{R}^1_+ \times \mathbb{Z}^3_+ : -x - \frac{10}{3}y_1 + y_2 + \frac{11}{4}y_3 \leq \frac{21}{2}\}$
- $X = \{(x,y) \in \mathbb{R}^1_+ \times \mathbb{Z}^1_+ : x \leq 6y, x \leq 16\}$.

Exercice 2. Trouver une inégalité valide pour X qui coupe le point x^*:

$$X = \{x \in \mathbb{Z}^5 : 9x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 17x_4 + 13x_5 \geq 50\}$$

$$x^* = \left(0, \frac{25}{6}, 0, 0, 0\right)$$

Exercice 3. Trouver une *cover* valide pour X qui coupe le point x^*:

$$\begin{array}{rll}
(i) & X = \left\{x \in \{0,1\}^5 : 9x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 6x_4 + 5x_5 \leq 14\right\} & x^* = \left(0, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 0\right) \\
(ii) & X = \left\{x \in \{0,1\}^5 : 9x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 6x_4 + 5x_5 \leq 14\right\} & x^* = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 0\right) \\
(iii) & X = \left\{x \in \{0,1\}^5 : 7x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 4x_4 + 3x_5 \leq 14\right\} & x^* = \left(\frac{1}{7}, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 1\right) \\
(iv) & X = \left\{x \in \{0,1\}^5 : 12x_1 - 9x_2 + 8x_3 + 6x_4 - 3x_5 \leq 2\right\} & x^* = \left(0, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, 1\right)
\end{array}$$

Exercice 4. On donne un set

$$X = \left\{x \in \{0,1\}^5 : 12x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 5x_4 + 5x_5 + 3x_6 \leq 14\right\}$$

et une cover

$$x_3 + x_5 + x_6 \leq 2.$$

- Déterminer si $x_3 + x_5 + x_6 \leq 2$ est une facette de $X \cap \{x : x_1 = x_2 = x_4 = 0\}$.
- Lifter l'inégaliter pour X.