

Première question. Énoncer et démontrer le théorème de compacité.

Deuxième question. Deux formules H et C sont *mutuellement indifférentes* si, pour toute formule A , les formules $A \Rightarrow C$ et $(H \wedge A) \Rightarrow C$ sont logiquement équivalentes. Démontrer que H et C sont mutuellement indifférentes si et seulement si la formule $\neg H \wedge \neg C$ est inconsistante.

Troisième question. Un opérateur binaire o est *associatif* si on a $X o (Y o Z) = (X o Y) o Z$, quels que soient X, Y, Z . Le connecteur booléen \equiv est-il associatif? Si la réponse est non, on donnera un contre-exemple. Si la réponse est oui, on décrira les modèles de la formule $\Phi_n : p_1 \equiv \dots \equiv p_n$.

Quatrième question. Si E_2 est un sous-ensemble de E_1 et si $E_2 \models A$, a-t-on nécessairement $E_1 \models A$? On justifiera la réponse.

Répondre à chaque question sur une feuille A4 *séparée*. Ne pas utiliser de *crayon*, ne pas utiliser de *rouge*. Mentionner nom, prénom, section et numéro de la question sur *chaque* feuille, en haut à gauche.

Première question. Énoncer et démontrer le théorème de compacité.

Deuxième question. Deux formules H et C sont *mutuellement indifférentes* si, pour toute formule A , les formules $A \Rightarrow C$ et $(H \wedge A) \Rightarrow C$ sont logiquement équivalentes. Démontrer que H et C sont mutuellement indifférentes si et seulement si la formule $\neg H \wedge \neg C$ est inconsistante.

Troisième question. Un opérateur binaire o est *associatif* si on a $X o (Y o Z) = (X o Y) o Z$, quels que soient X, Y, Z . Le connecteur booléen \equiv est-il associatif? Si la réponse est non, on donnera un contre-exemple. Si la réponse est oui, on décrira les modèles de la formule $\Phi_n : p_1 \equiv \dots \equiv p_n$.

Quatrième question. Si E_2 est un sous-ensemble de E_1 et si $E_2 \models A$, a-t-on nécessairement $E_1 \models A$? On justifiera la réponse.

Répondre à chaque question sur une feuille A4 *séparée*. Ne pas utiliser de *crayon*, ne pas utiliser de *rouge*. Mentionner nom, prénom, section et numéro de la question sur *chaque* feuille, en haut à gauche.

Première question. Énoncer et démontrer le théorème de compacité.

Deuxième question. Deux formules H et C sont *mutuellement indifférentes* si, pour toute formule A , les formules $A \Rightarrow C$ et $(H \wedge A) \Rightarrow C$ sont logiquement équivalentes. Démontrer que H et C sont mutuellement indifférentes si et seulement si la formule $\neg H \wedge \neg C$ est inconsistante.

Troisième question. Un opérateur binaire o est *associatif* si on a $X o (Y o Z) = (X o Y) o Z$, quels que soient X, Y, Z . Le connecteur booléen \equiv est-il associatif? Si la réponse est non, on donnera un contre-exemple. Si la réponse est oui, on décrira les modèles de la formule $\Phi_n : p_1 \equiv \dots \equiv p_n$.

Quatrième question. Si E_2 est un sous-ensemble de E_1 et si $E_2 \models A$, a-t-on nécessairement $E_1 \models A$? On justifiera la réponse.

Répondre à chaque question sur une feuille A4 *séparée*. Ne pas utiliser de *crayon*, ne pas utiliser de *rouge*. Mentionner nom, prénom, section et numéro de la question sur *chaque* feuille, en haut à gauche.