Introduction à la Calculabilité
Interrogation du 10 novembre 1997

Livres ouverts. Durée : 1:30.

1. Soit L le langage dénoté par l'expression régulière

$$(b^+ \cup ba^*)^+$$

   (a) Construire un automate fini non déterministe qui accepte le langage L.

   (b) Construire un automate fini déterministe qui accepte le langage L.

   (c) Construire une grammaire régulière qui génère le langage L.

   (d) Donner une expression régulière, la plus simple possible, qui décrit le complément du langage L.

2. Donner un automate fini déterministe qui accepte le langage des puissances de quatre des nombres naturels $(1, 4, 16, 64, \ldots)$ encodés en base deux. Les nombres naturels sont lus par l'automate du bit de poids le plus fort vers le bit de poids le plus faible.

3. Le langage généré par la grammaire suivante est-il régulier ? Justifier votre réponse.

$$\begin{aligned} &S \to AS \\ &A \to aAbb \\ &S \to \varepsilon \\ &A \to \varepsilon \end{aligned}$$

4. Démontrer que le langage $L = \{a^m b^n c^p \mid m \neq n\}$ n'est pas régulier.

5. Soit le langage $L = \{a^n b^{2n} c^*\}$.

   (a) Donner un automate à pile acceptant L.

   (b) Décrire une grammaire hors-contexte générant le langage L.

6. Démontrer par le théorème du gonflement que le langage (a^{2^n}) n'est pas hors-contexte.

7. Soit le langage $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid N_a(x) \bmod 3 = N_b(x) \bmod 4\}$. $N_i(w)$ est la fonction qui a pour valeur le nombre de caractères i dans le mot w. $(p \bmod q)$ est le reste de la division de p par q. Le langage L est-il régulier ? Justifier.