

Introduction à l'optimisation numérique

Projet

Description du problème

A l'automne 2008, la Communauté Française a introduit un nouveau système de gestion des inscriptions des élèves dans la première année du secondaire. Une première vague d'inscriptions d'élèves dits prioritaires est organisée, durant laquelle ces dits élèves peuvent choisir l'école dans laquelle ils s'inscrivent. A l'issue de cette première phase, chaque école dispose d'un nombre de places disponibles restantes. Commence alors la deuxième phase pour les élèves non prioritaires. Durant celle-ci, les élèves peuvent s'inscrire dans le nombre d'écoles de leur choix. Après les inscriptions, les écoles procèdent alors à un tirage au sort qui détermine quels élèves peuvent s'inscrire dans quelles écoles. Un élève qui est admis dans au moins deux écoles doit confirmer son inscription dans l'une d'elles et laisser ainsi une place libre supplémentaire dans une école. Cette place peut être utilisée par un autre élève. Les élèves ne se situant en ordre utile dans aucune école doivent attendre que suffisamment de places se libèrent dans une des écoles de leur choix.

Sans préjuger de la philosophie sous-jacente du système, celui-ci admet deux défauts majeurs. Premièrement comme toutes les inscriptions ont le même poids, un élève ayant obtenu un bon classement dans une école n'ayant pas sa préférence a intérêt à attendre qu'une place se libère dans son école préférée et induit un délai problématique pour les élèves malchanceux qui doivent attendre une place. Le deuxième défaut du système est qu'il ne produit pas une solution Pareto-optimale dans le sens où de nombreux élèves seraient prêts à échanger leurs places respectives et améliorer chacun leur situation personnelle sans modifier la situation des autres élèves.

Dans ce projet, nous allons tenter de modéliser la deuxième vague d'inscriptions de façon à ce qu'elle donne une solution optimale selon des critères que vous définirez vous-mêmes. La base de données que nous utiliserons est totalement fictive, puisque nous utiliserons la liste des 60 étudiants inscrits à ce cours comme liste fictive d'élèves. Ceux-ci doivent être répartis dans 5 écoles fictives que nous appellerons les écoles "Biomédical", "Electricité", "Informatique", "Mécanique" et "Physique". Chaque école dispose de 12 places chacune. Au lieu de demander à chaque élève de s'inscrire dans des écoles, nous créerons une liste de 3 écoles préférées. Le problème consiste à déterminer une affectation des élèves aux écoles de façon à ce que chaque élève puisse visiter une des trois écoles de son choix.

1 Modélisation

Modélisez le problème d'affectation en choisissant une fonction objectif qui vous paraît sensée. Ecrivez un modèle AMPL en utilisant les données disponibles sur la page web du cours et résolvez-le avec CPLEX. Interprétez brièvement la solution obtenue.

2 Détermination de toutes les solutions optimales

- (a) Déterminez au moins trois autres solutions optimales (ayant la même valeur de la fonction objectif) que celle donnée par CPLEX.
- (b) Déterminez un modèle ou une méthode permettant de sélectionner une des solutions optimales de manière aléatoire (et permettant ainsi de modéliser le tirage au sort).

3 Classement des écoles

- (a) Déterminez un classement d'ordre de préférence des différentes écoles.
- (b) Que devient le coût optimal si la capacité d'une école augmente de 1? Discutez en fonction de l'école.

4 Sensibilité

- (a) Prenez un étudiant au hasard dans la liste (vous-même par exemple). Imaginons que cet étudiant veuille mettre sa première et sa deuxième préférence sur pied d'égalité. La solution optimale reste-elle la même? Même question s'il souhaite intervertir sa 1e et sa 2e préférence.
- (b) Fixez maintenant le nombre d'élèves acceptés dans l'école "physique" à 17. Tracez ensuite un graphique de la valeur optimale de la fonction objectif en fonction du nombre d'élèves acceptés en "électricité". Faites varier ce nombre dans l'intervalle $[7,20]$. Quelles sont les propriétés mathématiques de cette fonction?

5 Modélisation en nombres entiers

Pour cette question, il est autorisé de prendre une liste restreinte d'étudiants (par exemple 50 étudiants au hasard) afin de pouvoir utiliser la version étudiante de CPLEX.

On recherche à présent à modéliser le critère de mixité sociale. On supposera, pour les besoins de l'exercice, que l'ordre alphabétique correspond à l'ordre décroissant de revenus des parents des élèves.

- (a) Modéliser par un programme en nombres entiers le fait qu'aucune des écoles ne peut accueillir plus de trois élèves parmi les 10 derniers de la liste alphabétique.
- (b) On divise les élèves en 4 groupes de 15 élèves (toujours par ordre alphabétique). Arrangez-vous pour que chaque école accueille trois élèves de chaque groupe.
- (c) Pour chaque élève, on dispose d'un chiffre renseignant le niveau social. Changer la fonction objectif de façon à ce que chaque école accueille 12 élèves dont la valeur totale soit la plus proche de la somme des autres écoles.

Consignes du projet

1. Le travail doit être effectué par groupes de 2. La liste des groupes doit me parvenir pour le vendredi 13 mars au plus tard.
L'inscription des groupes se fait sur <http://verif5.montefiore.ulg.ac.be/op/survey.php>
2. Votre rapport (de 8 pages maximum) doit être soumis par mail à bertrand.cornelusse@ulg.ac.be pour le dimanche 19 avril à 23h59 au plus tard. **L'intitulé du mail sera "Projet - Nomdefamille1Nomdefamille2"**. Veuillez soumettre votre rapport en envoyant une archive **zip** ou **tgz** contenant votre rapport au format pdf, ainsi que l'ensemble des fichiers nécessaires à l'exécution de votre modèle. **Par convention, nommez votre rapport nom1nom2.pdf et les codes correspondant à chaque question Q1,Q2,Q3,Q4,Q5.{mod,dat,run}**.
3. La présentation orale du travail est prévue pour le vendredi 24 avril 2009 après-midi (à la place du cours et de la répétition). Celle-ci consiste en une démonstration de votre code et des questions à caractère théorique sur le projet.
L'inscription pour la présentation orale est à faire pour le dimanche 19 avril à 23h59 en ligne. Un lien sera disponible sur la page web du cours avant les vacances de Pâques.
4. Les critères d'évaluation sont
 - L'exactitude, la pertinence et l'efficacité de vos modèles
 - L'utilisation de concepts du cours pour répondre aux questions
 - La clarté de votre rapport
 - La créativité démontrée, en particulier dans les questions 2 et 5.
 - La maîtrise des concepts théoriques liés à l'algorithme du simplexe, à la dualité et à l'analyse de sensibilité.