

Taylor $f(x+h) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x)}{k!} h^k + \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} h^{n+1}$

Lagrange $P(t) = \sum_{i=1}^n u(x_i) l_i(t)$ et $l_i(t) = \frac{\prod_{j \neq i} (t-x_j)}{\prod_{j \neq i} (x_i-x_j)}$

Erreur d'interpolation $e(x) = \frac{u^{(n)}(\xi)}{n!} (x-x_1) \cdots (x-x_n)$.

Régression (non)-linéaire $\phi(x) = \sum_{j=1}^k a_j \phi_j(x)$

$$\begin{pmatrix} \langle \phi_0, \phi_0 \rangle & \langle \phi_0, \phi_1 \rangle & \cdots & \langle \phi_0, \phi_k \rangle \\ \langle \phi_1, \phi_0 \rangle & \langle \phi_1, \phi_1 \rangle & \cdots & \langle \phi_1, \phi_k \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \phi_k, \phi_0 \rangle & \langle \phi_k, \phi_1 \rangle & \cdots & \langle \phi_k, \phi_k \rangle \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle u, \phi_0 \rangle \\ \langle u, \phi_1 \rangle \\ \vdots \\ \langle u, \phi_k \rangle \end{pmatrix}$$

et $\langle f, g \rangle = \sum_{i=1}^n f(x_i)g(x_i)$

Variances $\sigma_k^2 = \frac{1}{n} (\langle u, u \rangle - \sum_{i=0}^k \frac{\langle u, p_i \rangle^2}{\langle p_i, p_i \rangle})$.

Différences centrées

$$\frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}, \quad \frac{f(x-2h) - 8f(x-h) + 8f(x+h) - f(x+2h)}{12h}$$

Différences centrées pour les dérivées secondes

$$\frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$$

Extrapolation de Richardson

$$G_{i,j} = \frac{G_{i,j-1} - q^j G_{i-1,j-1}}{1 - q^j}$$

avec les pas h, hq, hq^2, hq^3, \dots

Formules de Newton-Cotes

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x)dx &\approx \frac{(b-a)}{2} (f(a) + f(b)) && \text{(Trapèze)} \\ &\approx \frac{b-a}{2} \left(\frac{1}{3} f(a) + \frac{4}{3} f\left(\frac{a+b}{2}\right) + \frac{1}{3} f(b) \right) && \text{(Simpson)} \\ &\approx \frac{(b-a)}{2} \left(\frac{1}{4} f(a) + \frac{3}{4} f\left(\frac{2a+b}{3}\right) + \frac{3}{4} f\left(\frac{a+2b}{3}\right) + \frac{1}{4} f(b) \right) && \text{(Simpson 3/8)} \\ &\approx \frac{(b-a)}{2} \left(\frac{7}{45} f(a) + \frac{32}{45} f\left(\frac{3a+b}{4}\right) + \frac{12}{45} f\left(\frac{a+b}{2}\right) + \frac{32}{45} f\left(\frac{a+3b}{4}\right) + \frac{7}{45} f(b) \right) && \text{(Boole)} \end{aligned}$$

Erreur d'intégration $I - T_h = -\frac{1}{12} (b-a)h^2 f''(\xi)$

Quadratures de Gauss-Legendre

$n = 1$, racines: $-\sqrt{\frac{1}{3}}, \sqrt{\frac{1}{3}}$, poids: 1,1

$n = 2$, racines: $-\sqrt{\frac{3}{5}}, 0, \sqrt{\frac{3}{5}}$, poids: $\frac{5}{9}, \frac{8}{9}, \frac{5}{9}$.

Normes matricielles

$$\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \quad \|A\|_2 = (\text{valeur propre maximum de } A^T A)^{1/2}$$
$$\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad \|A\|_F = \left(\sum_{i,j=1}^n |a_{ij}|^2 \right)^{1/2}$$

Nombre de conditionnement $\kappa(A) = \|A\| \|A^{-1}\|$.

Méthodes itératives $x^{(k)} = Q^{-1}[(Q - A)x^{(k-1)} + b]$

Coût réduit $\bar{c}_j := c_j - c_B^T A_B^{-1} A_j$

Simplexe: Variable qui sort de la base: $\arg \min_{i \in B | \bar{a}_{ij} > 0} \frac{\bar{b}_i}{\bar{a}_{ij}}$.

Newton-Raphson pour un système

$$x_{k+1} = x_k - \left(\frac{\partial F(x_k)}{\partial x} \right)^{-1} F(x_k),$$

Quasi-Newton: mise à jour de la matrice

$$A_k = A_{k-1} + \frac{(y_{k-1} - A_{k-1} d_{k-1}) d_{k-1}^T}{d_{k-1}^T d_{k-1}}.$$