

Répétition 7.

2009-2010

Question 1

On considère le problème d'optimisation linéaire

$$\begin{aligned} \max \quad & 4x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 + 5x_5 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_5 \leq 19 \\ & x_1 - x_2 + 2x_4 \geq 0 \\ & x_1 + 3x_2 + x_4 + 2x_5 \leq 10 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

La solution optimale du problème est $x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*) = (0, 0, 19, 10, 0)$.
Reconstruire la tableau optimal du simplexe.

Question 2

On considère le problème d'optimisation linéaire

$$\begin{aligned} \max \quad & 7x_1 + 5x_3 \\ \text{s.t.} \quad & 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leq 9 \\ & -x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 0 \\ & -x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 \geq 4 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{aligned}$$

On dénote par s_1, s_2, s_3 les variables d'écart des trois inégalités (prises dans l'ordre initial). Le tableau suivant est un tableau optimal du simplexe auquel

certaines valeurs manquent

$$\begin{aligned}
 \max \quad & \square \square \quad \square \quad \square - 2s_1 \quad - s_3 \\
 \text{s.t.} \quad & x_1 \quad + \frac{5}{7}x_3 \quad + \frac{2}{7}s_1 \quad + \frac{1}{7}s_3 = 2 \\
 & x_2 - \frac{1}{7}x_3 + 2x_4 + \frac{1}{7}s_1 \quad - \frac{3}{7}s_3 = 3 \\
 & \square + 5x_4 \quad \square + s_2 \quad \square = \square \\
 & x_1, x_2, \quad x_3, \quad x_4, \quad s_1, s_2, \quad s_3 \geq 0.
 \end{aligned}$$

- (a) Reconstruire le tableau optimal complet en indiquant la valeur manquante dans chacune des boîtes vides. Quelle est la solution optimale que le tableau représente ?
- (b) Déterminer un autre sommet optimal.

Question 3

Résoudre le système

$$\begin{cases} xy + x^2y + 1 = 0 \\ x + y^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

avec Newton-Raphson (2 itérations), 3 itérations d'une méthode de Quasi-Newton et avec la méthode du point fixe (discuter la convergence).