

Programmation fonctionnelle, 5 mai 2011

Question 1. On représente un polynôme par la liste de ses coefficients, par ordre décroissant de degré. Par exemple, le polynôme $P(x) = x^3 - 15x - 4$ est représenté par la liste $p : (1 \ 0 \ -15 \ -4)$. On suppose prédéfinies les fonctions $p+$ et $p*$, calculant respectivement la somme et le produit de deux polynômes.

Pour tout entier naturel n on note T_n le *polynôme de Tchebycheff* d'ordre n . Ces polynômes ont diverses propriétés dont les trois suivantes :

$$T_0(x) = 1, \quad T_1(x) = x, \quad T_{j+k}(x) = 2T_j(x)T_k(x) - T_{j-k}(x), \text{ pour tous } j, k \text{ tels que } j \geq k.$$

On demande d'écrire une fonction efficace `tcheby` qui à tout n associe T_n .

Question 2. Un α -arbre est un arbre quelconque dont chaque noeud est étiqueté par un entier naturel. Un β -arbre est un arbre quelconque dont seules les feuilles sont étiquetées, toujours par un entier naturel. Une feuille est représentée par son étiquette ; un α -noeud interne est représenté par une liste dont le car est l'étiquette du noeud et le cdr la liste des représentations des fils. Un β -noeud interne est représenté par la liste des représentations des fils.

Ecrire une fonction qui à tout β -arbre X associe l' α -arbre Y de même structure ; les étiquettes des feuilles de Y sont celles des feuilles de X ; l'étiquette d'un noeud interne de Y est la somme des étiquettes de ses fils.

Consignes. Spécifier les fonctions auxiliaires éventuelles, même celles définies localement. Les fonctions prédéfinies ne doivent pas être spécifiées ni redéfinies. Répondre à chaque question sur une feuille A4 séparée. Ne pas utiliser de crayon, ne pas utiliser de rouge. Mentionner nom, prénom, *section* et numéro de la question sur chaque feuille.

