Fonctions injectives, surjectives et bijectives

Injection

Définition

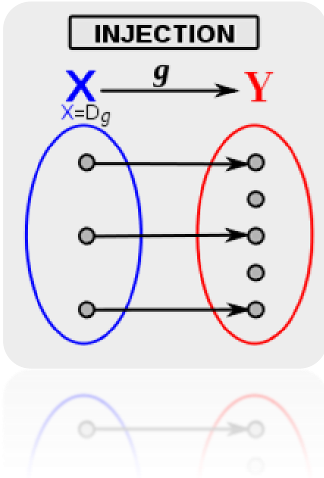
*Une fonction **g** est dite **injective** si et seulement si tout réel de l'image correspond **au plus** à un seul réel du domaine de définition. En notation mathématique, on a*

$$\forall x_1, x_2 \in dom(g) : g(x_1) = g(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

Remarque(s)

- Une fonction **périodique** est automatiquement **non injective**.
- En termes d'ensembles, **le cardinal de X est inférieur ou égal au Cardinal de Y.** En notation mathématique, on a

$$\#dom(g) \leq \#Y$$



Exemples de fonctions injectives

- $f(x) = x$
- $f(x) = x^a$ (a impair)
- $f(x) = \sqrt{x}$
- …

Surjection

Définition

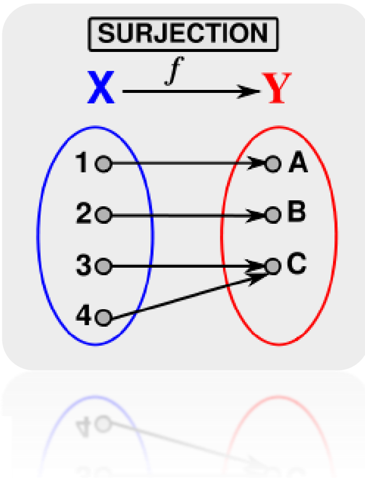
*Une fonction **f** est dite **surjective** si et seulement si tout réel de l'image correspond à **au moins** un réel du domaine de définition. En notation mathématique, on a*

$$\forall y \in im(f)\ (\exists x \mid f(x) = y)$$

Remarque(s)

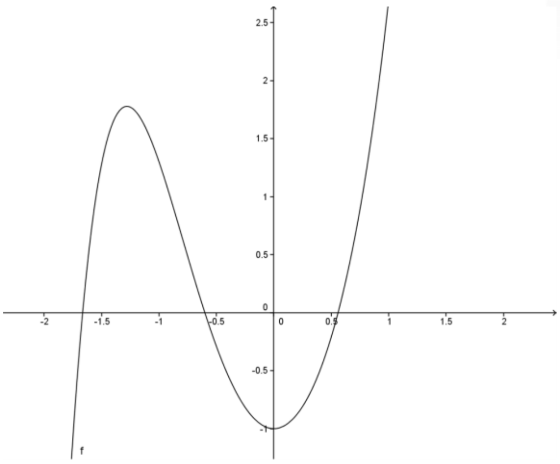
- En termes d'ensembles, **le cardinal de X est supérieur ou égal au Cardinal de Y.** En notation mathématique, on a

$$\#X \geq \#im(f)$$



Exemples de fonctions surjectives sur Y = ℝ

- $f(x) = x$
- $f(x) = x^a$ (a impair)
- $f(x) = \sqrt[a]{x}$ (a impair)
- $f(x) = 1/2\,x^5 + 1/5\,x^3 + 3\,x^2 - 1$ (voir graphique)



$$\boxed{f(x) = 1/2\,x^5 + 1/5\,x^3 + 3\,x^2 - 1}$$

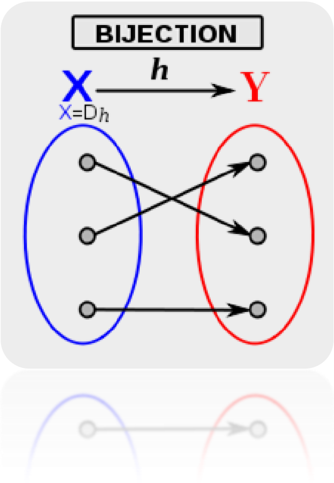
Bijection

Définition

Une fonction ***h*** *est dite* **bijective** *si et seulement si elle est* **et** ***injective*** **et** ***surjective****. En notation mathématique, on a*

$$\forall x_1, x_2 \in dom(h) : h(x_1) = h(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$
$$\boldsymbol{ET}$$
$$\forall y \in im(h)\ (\exists x \mid h(x) = y)$$

Remarque(s)



- Une fonction **périodique** est automatiquement **non bijective**.
- En termes d'ensembles, **le cardinal de** *dom(h)* **est strictement égal au Cardinal de** *im(h)***.** En notation mathématique, on a

$$\#dom(g) = \#im(h)$$

Exemples de fonctions bijectives

- $f(x) = x$
- $f(x) = x^a$ (a impair)
- $f(x) = \sqrt[a]{x}$ (a impair)
- …