

## **Introduction aux processus stochastiques** **Répétition : rappel probabilités discrètes (2007)**

Mots clefs : probabilité, espérance, variance, conditionnement, formules de Bayes.

*Lancer de dé borné.*

Trois boules noires numérotées 1,2,3 sont placées dans un sac. On tire une boule du sac, puis on lance 2 dés, un rouge et un vert, jusqu'à ce que le score de chacun des dés soit inférieur ou égal au numéro inscrit sur la boule noire tirée. On note alors le score de chacun des dés.

Soient les variables aléatoires

$\mathcal{A} = \{1, 2, 3\}$  : le numéro de la boule noire tirée,

$\mathcal{X} = \{1, 2, 3\}$  : le score du dé rouge noté,

$\mathcal{Y} = \{1, 2, 3\}$  : le score du dé vert noté.

1. Calculer la distribution de probabilité de  $\mathcal{A}$ , l'espérance de  $\mathcal{A}$ , la variance de  $\mathcal{A}$ .  
Calculer la distribution de probabilité de  $\mathcal{X}$ , l'espérance de  $\mathcal{X}$ , la variance de  $\mathcal{X}$ .
2. Calculer la distribution de probabilité de  $\mathcal{Y}$  étant donné  $\mathcal{X}$ . Calculer l'espérance conditionnelle de  $\mathcal{Y}$  sachant  $\mathcal{X}$ , ainsi que la variance conditionnelle.
3. Soit  $\mathcal{Z} = \frac{1}{2}(\mathcal{X} + \mathcal{Y})$ . Calculer la distribution de probabilité de  $\mathcal{Z}$ .
4. Calculer la distribution de probabilité de  $\mathcal{A}$  sachant  $\mathcal{Z}$ .