Introduction aux systèmes dynamiques

Examen du 22 janvier 1999 – Deuxième partie

1. (2 pts)

- Qu'est ce qu'un estimateur d'état?
- A quelle condition peut-on assigner la dynamique de l'erreur d'estimation? (c'est à dire choisir les modes propres du système $\dot{e} = He$)
- En quoi le problème d'assigner la dynamique de l'erreur d'estimation est-il dual au problème du placement de pôle?

2. (5 pts) Le "pendubot" récemment installé au laboratoire est un double bras de robot commandé par un seul couple moteur appliqué à l'épaule (voir figure).

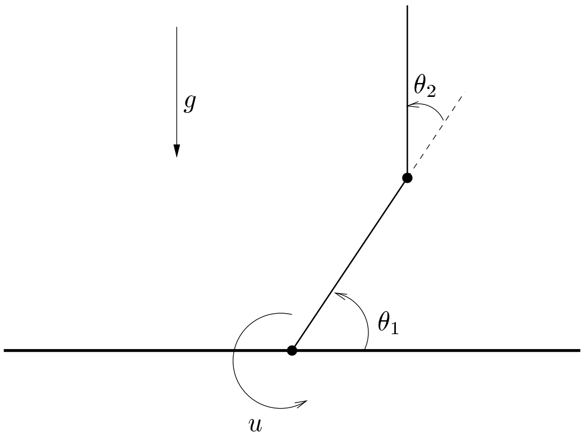

Figure 1: Remarque: cette figure était différente sur la version originale.

Après simplification par un premier feedback, les équations du mouvement sont données par le système suivant

$$\begin{aligned} d_{11}\,\ddot{\vartheta}_1 + d_{12}\,\ddot{\vartheta}_2 &= u \\ d_{21}\,\ddot{\vartheta}_1 + d_{22}\,\ddot{\vartheta}_2 + c_4\,\sin\vartheta_2\,\dot{\vartheta}_1^2 + c_5\,g\,\cos(\vartheta_1+\vartheta_2) &= 0 \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned} d_{11} &= c_1 + c_2\cos\vartheta_2 \\ d_{12} &= c_3 + c_4\cos\vartheta_2 \\ d_{21} &= d_{12} \\ d_{22} &= c_3 \end{aligned}$$

et les constantes c_i pour $i = 1, \ldots, 5$ dépendent des paramètres physiques du système (longueurs, masses et moment d'inertie).

1. Quelles sont les configurations d'équilibre du système?

2. Considérer l'état d'équilibre où le bras est aligné sur la verticale ($\vartheta_1 = \pi/2\,,\ \vartheta_2 = 0$). En utilisant les propriétés du système linéarisé, montrer qu'il est possible de stabiliser ce point d'équilibre par un feedback d'état.

3. Trouver une configuration d'équilibre où la stabilisation sera impossible. Justifier votre choix physiquement. Démontrer le résultat sur le système linéarisé en exhibant la partie non commandable du système.

4. Pour réaliser le feedback décrit au deuxième point, il est possible de mesurer un nombre restreint de variables d'état et d'utiliser un estimateur pour reconstruire le vecteur d'état. Que faut-il mesurer au minimum? Démontrer que le système linéarisé est observable avec votre choix de sortie.