Introduction aux systèmes dynamiques (1PH)

Examen du 14 janvier 2000 – Seconde partie

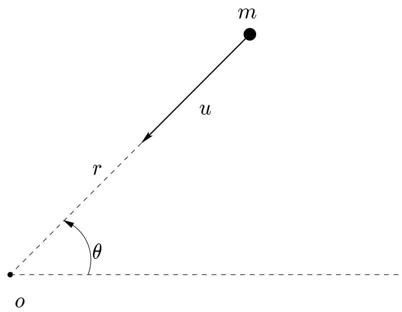
1. Soit le modèle suivant de satellite (modèle du cours où on a négligé la force d'attraction terrestre, et avec un seul moteur de propulsion radiale) :

$$\begin{cases} \ddot{r} = r\dot{\theta}^2 - u \\ r\ddot{\theta} = -2\dot{r}\dot{\theta} \end{cases}$$

   (i) Dérivez un modèle du système à 4 variables d'état linéarisé autour de $r = \text{cste} = R$, $\theta = \omega t + \text{cste}$ et $u = R\omega^2$.

   (ii) Montrez que le système est instable en boucle ouverte. Exhibez un mode non commandable du système en exploitant une combinaison linéaire adéquate des variables d'état. Déduisez-en que le système ne peut pas être rendu asymptotiquement stable par un retour d'état. Interprétez physiquement.

   (iii) Choisissez une quantité physique dont la mesure rend le système observable. Ce choix est-il unique ? Déterminez un feedback d'état qui détruit l'observabilité du système ou montrez que c'est impossible.



2. (i) Ecrivez un modèle d'état du circuit électrique représenté ci-dessous et analysez ses propriétés de commandabilité et d'observabilité.
   Choisissez une valeur de C telle que le modèle soit non-minimal.

   (ii) Pour la valeur de C obtenue en (i), calculez la fonction de transfert du système.

   (iii) Pour la valeur de C obtenue en (i) :

   a) construisez une représentation canonique de commandabilité, en effectuant un changement de variables qui découple le système en ses modes commandables et non commandables ;

   b) de manière analogue, construisez une représentation canonique d'observabilité ;

   c) comparez les représentations a) et b) et classez les deux modes du système en modes OC/ONC/NONC/NOC. Vérifiez la cohérence de votre réponse avec le résultat obtenu en (ii).

   (iv) Si on modélise l'effet inducteur d'une ligne de transmission par un circuit RL, le branchement d'une capacité C et d'une résistance $R' = R$ en parallèle pour obtenir la configuration étudiée en (i) permet de "compenser" l'effet inducteur du circuit.
   Interprétez ce résultat à la lumière de (i)-(iii). Qu'est-ce qui est négligé dans cette "compensation" ?

   (v) Si la résistance R' est différente de la résistance R, la compensation est-elle encore possible ? Montrez que dans ce cas, le modèle possède un mode CO et un mode NCNO et tirez-en les conclusions.