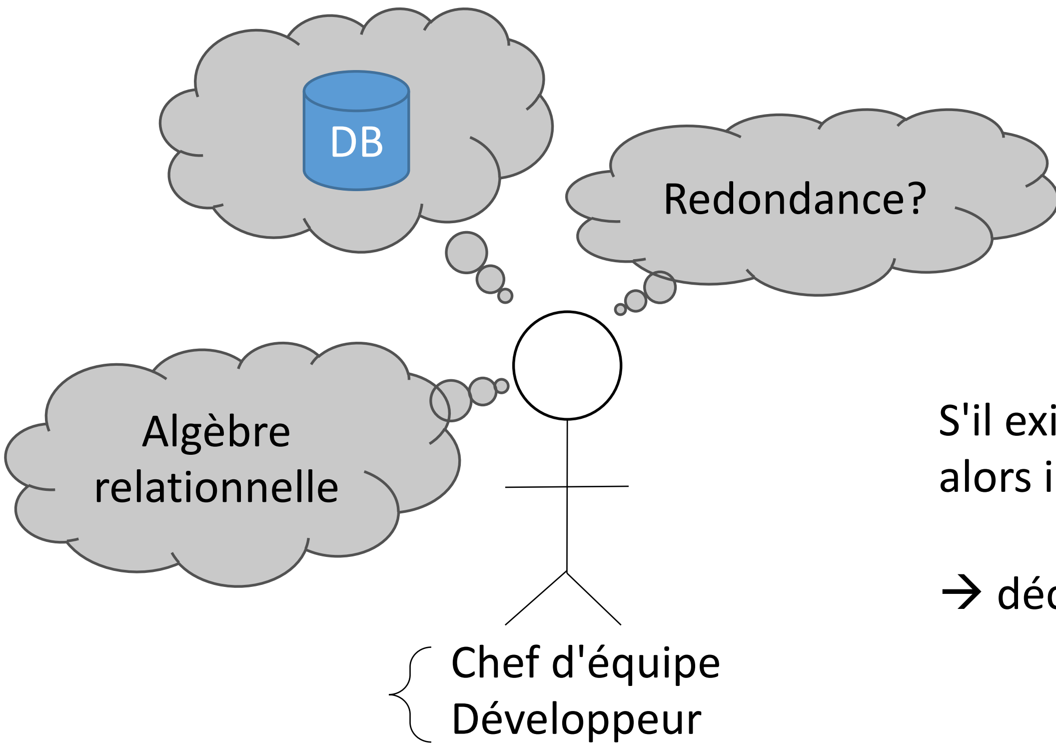
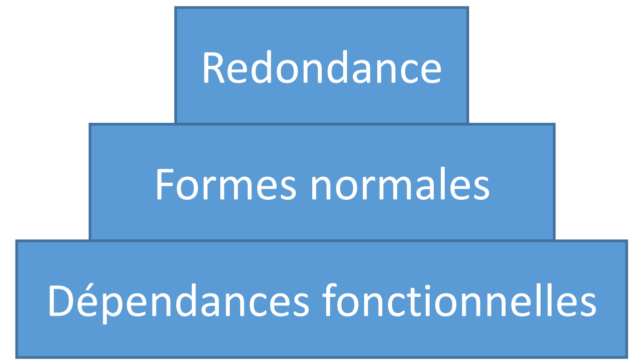
Bases de données (organisation générale)

Répétition 4

La théorie des dépendances, normalisation, décomposition

Les décompositions: pourquoi?





S'il existe une relation n'étant pas en BCNF, alors il existe de la redondance dans le modèle.

→ décomposition

Exercice 1

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier.

a) Si $X \cap Z \neq 0$ alors $\{X \rightarrow Y, Z \rightarrow W\} \vdash X \cap Z \rightarrow Y \cap W$

b) Soit *r* une relation de schéma *R* et $X \subset R$.

   $\Pi_X(r)$ a le même nombre de tuples que *r ssi X* est une superclé de *r*.

c) $\{XY \rightarrow ZY\} \vdash X \rightarrow Z$

Exercice 1

a) Si $X \cap Z \neq 0$ alors $\{X \rightarrow Y, Z \rightarrow W\} \vdash X \cap Z \rightarrow Y \cap W$

On aurait, par exemple :

$$\left.\begin{array}{r} EA \rightarrow BF \\ \\ EC \rightarrow DF \end{array}\right\} \vdash E \rightarrow F?$$

Essayons de trouver un contre-exemple :

A	B	C	D	E	F
a_1	b_1	c_1	d_1	e_1	f_1
a_2	b_2	c_2	d_2	e_1	f_2

Ici, on a bien $EA \rightarrow BF, EC \rightarrow DF$, mais pas $E \rightarrow F$

Exercice 1

b) Soit *r* une relation de schéma *R* et $X \subset R$.

$\Pi_X(r)$ a le même nombre de tuples que *r ssi X* est une superclé de *r*.

Si $|\Pi_X(r)| = |r|$, alors $X \to R$ (donc X superclé)

Par l'absurde

Imaginons que $t_1(X) = t_2(X)$ mais $t_1(R) \neq t_2(R)$

Donc $\exists t_i{}^{\Pi} \in \Pi(X) \wedge \exists t_1, t_2 \in r : t_1 \neq t_2 \wedge t_1(X) = t_i{}^{\Pi}(X) \wedge t_2(X) = t_i{}^{\Pi}(X)$

Donc $|\Pi_X(r)| < |r|$

Ce qui rend notre hypothèse fausse.

Donc, nous avons prouvé la surjectivité.

Exercice 1

b) Soit *r* une relation de schéma *R* et $X \subset R$.

$\Pi_X(r)$ a le même nombre de tuples que *r ssi X* est une superclé de *r*.

⇐ Si $X \rightarrow R$ (donc X superclé), alors$|\Pi_X(r)| = |r|$

i. Est-ce que je pourrais avoir $|\Pi_X(r)| < |r|$?

Non, car $\forall t_1, t_2 \in r : t_1 \neq t_2 \Rightarrow t_1(X) \neq t_2(X)$

ii. Est-ce que je pourrais avoir $|\Pi_X(r)| > |r|$?

Non, car une projection ne peut jamais augmenter le nombre de tuples.

Donc, nous avons prouvé l'injectivité.

Finalement, nous avons prouvé que l'hypothèse est valide, dans les deux sens.

Exercice 1

c) $\{XY \to ZY\} \vdash X \to Z$

Essayons de trouver un contre-exemple.

X	Y	Z
x_1	y_1	z_1
x_1	y_2	z_2

Donc, $\{XY \to ZY\}$ n'implique pas $X \to Z$

Exercice 2

Trouver une relation *r* pour laquelle la décomposition

$\rho = (R1, R2)$, avec $R1 \cap R2 \neq \emptyset$,

est sans perte mais qui ne satisfait

- ni $(R1 \cap R2) \rightarrow (R1 - R2)$
- ni $(R1 \cap R2) \rightarrow (R2 - R1)$.

Exercice 2

Trouver une relation *r* pour laquelle la décomposition $\rho = (R1, R2)$, avec $R1 \cap R2 \neq \emptyset$, est sans perte mais qui ne satisfait ni $(R1 \cap R2) \rightarrow (R1 - R2)$ ni $(R1 \cap R2) \rightarrow (R2 - R1)$.

Rappel : Une décomposition $\rho(R1, R2)$ est sans perte par rapport à *r*, si $\Pi_{R1}(r) \bowtie \Pi_{R2}(r) = r$.

Essayons d'abord de trouver une relation *r* qui ne satisfasse pas les dépendances de l'hypothèse :

A	*B*	*C*
a_1	b_1	c_1
a_2	b_1	c_2

La décomposition est-elle sans perte?

$$\Pi_{AB}(r) \bowtie \Pi_{BC}(r) = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_1 \end{pmatrix} \bowtie \begin{pmatrix} b_1 & c_1 \\ b_1 & c_2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_1 & b_1 & c_2 \\ a_2 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_1 & c_2 \end{pmatrix} \neq r$$

Et avec cette nouvelle relation?

Exercice 3

- Les décompositions suivantes, considérées sur le schéma de relation $R(A, B, C, D, E)$, sont-elles sans pertes par rapport à l'ensemble de dépendance $F = \{ABC \rightarrow DE, AE \rightarrow BC, AC \rightarrow E\}$?
- Conservent-elles les dépendances de F?

$a)$ $\rho = (ABDE, ACE)$

$b)$ $\rho = (ABCD, CDE)$

Exercice 3

- Les décompositions suivantes, considérées sur le schéma de relation $R(A, B, C, D, E)$, sont-elles sans pertes par rapport à l'ensemble de dépendance $F = \{ABC \rightarrow DE, AE \rightarrow BC, AC \rightarrow E\}$?
- Conservent-elles les dépendances de F?

a) $\rho = (ABDE, ACE)$

b) $\rho = (ABCD, CDE)$

Rappel:

$\rho(R1, R2)$ est sans perte $\div$ F si

$$\begin{cases} R1 \cap R2 \rightarrow R1 - R2 \in F^+, ou \\ R1 \cap R2 \rightarrow R2 - R1 \in F^+ \end{cases}$$

cela implique que $\forall r$ satisfaisant $F, \rho(R1, R2)[r]$ est sans perte

$\rho(R1, R2)$ conserve les dépendances si

$\Pi_{R1}(F^+) \cup \Pi_{R2}(F^+) \vdash F$

Exercice 3

$$F = \{ABC \rightarrow DE, AE \rightarrow BC, AC \rightarrow E\}$$

Calcul de F^+:

$A^+ = A$
$B^+ = B$
$C^+ = C$
$D^+ = D$
$E^+ = E$
$AE^+ = AEBCD$
$AC^+ = ACEBD$

ABC^+?

$\rightarrow AC^+ = R$

Donc, $F^+ = (AE \rightarrow R, AC \rightarrow R)$
+ dérivées
+ triviales

Exercice 3

$$F = \{ABC \to DE, AE \to BC, AC \to E\}$$
$$F^+ = (AE \to R, AC \to R) + \text{dérivées} + \text{triviales}$$

$\rho(R1, R2)$ est sans perte $\div F$ si
$$\begin{cases} R1 \cap R2 \to R1 - R2 \in F^+, ou \\ R1 \cap R2 \to R2 - R1 \in F^+ \end{cases}$$

$\rho(R1, R2)$ conserve les dépendances si
$$\Pi_{R1}(F^+) \cup \Pi_{R2}(F^+) \vdash F$$

a) $\rho = (ABDE, ACE)$

i. Sans perte ? $\begin{cases} AE \to C \in F^+? \\ AE \to BD \in F^+? \end{cases}$

Oui (pour les deux, bien qu'un seul soit suffisant)

ii. Conserve les dépendances?

$$\Pi_{ABDE}(F^+) = \{AE \to B, AE \to D\}$$
$$\Pi_{ACE}(F^+) = \{AE \to C, AC \to E\}$$

$ABC^+ = ABCED$, donc $ABC \to DE$ est conservée

$AE^+ = AEBDC$, donc $AE \to BC$ est conservée

$AC^+ = ACEBD$, donc $AC \to E$ est conservée

Exercice 3

$$F = \{ABC \to DE, AE \to BC, AC \to E\}$$

$$F^{+} = (AE \to R, AC \to R) + \text{dérivées} + \text{triviales}$$

$\rho(R1, R2)$ est sans perte $\div F$ si

$$\begin{cases} R1 \cap R2 \to R1 - R2 \in F^{+}, ou \\ R1 \cap R2 \to R2 - R1 \in F^{+} \end{cases}$$

$\rho(R1, R2)$ conserve les dépendances si

$$\Pi_{R1}(F^{+}) \cup \Pi_{R2}(F^{+}) \vdash F$$

b) $\rho = (ABCD, CDE)$

i. Sans perte ? $\begin{cases} CD \to AB \in F^{+}? \\ CD \to E \in F^{+}? \end{cases}$

Non, donc pas sans perte.

ii. Conserve les dépendances?

$\Pi_{ABCD}(F^{+}) = \{AC \to B, AC \to D\}$

$\Pi_{CDE}(F^{+}) = \emptyset$ (+triviales)

$ABC^{+} = ABCD$, donc $ABC \to DE$ n'est pas conservée

$AE^{+} = AE$, donc $AE \to BC$ n'est pas conservée

$AC^{+} = ACBD$, donc $AC \to E$ n'est pas conservée

Exercice 4

Soit un schéma de relation $R(A, B, C, D, E)$ et l'ensemble de dépendances fonctionnelles $F = \{AB \rightarrow C, CD \rightarrow E, E \rightarrow D, D \rightarrow B\}$ associé à R.

a) La décomposition en $R_1(A, B, C)$ et $R_2(A, C, D, E)$ est-elle sans perte par rapport à F?

b) Sinon, appliquez l'algorithme de décomposition en BCNF vu au cours. Cette décomposition est-elle sans perte? Conserve-t-elle les dépendances?

Exercice 4

$$F = \{AB \rightarrow C, CD \rightarrow E, E \rightarrow D, D \rightarrow B\}$$

a) La décomposition en $R_1(A, B, C)$ et $R_2(A, C, D, E)$ est-elle sans perte par rapport à F?

Calcul de F^+:

$A^+ = A$
$B^+ = B$
$C^+ = C$
$D^+ = DB$
$E^+ = EDB$
$AB^+ = ABC$
$CD^+ = CDEB$
$AD^+ = ADBCE$
$AE^+ = AEDBC$

Donc, $F^+ = (AD \rightarrow R, AE \rightarrow R, AB \rightarrow C,$
$CD \rightarrow EB, E \rightarrow DB, D \rightarrow B)$
+ dérivées
+ triviales

Exercice 4

$$F = \{AB \to C, CD \to E, E \to D, D \to B\}$$

$$F^+ = (AD \to R, AE \to R, AB \to C, CD \to EB, E \to DB, D \to B)$$ + dérivées + triviales

$$\rho = (ABC, ACDE)$$

- Si R n'est pas en BCNF, soit une dépendance non triviale $X \to A$ de F^+, où X n'est pas une super-clé.
- On décompose R en $R_1 = R - A$ et $R_2 = XA$ (sans perte vu le critère : $R_1 \cap R_2 = X$ et $R_2 - R_1 = A$).
- On applique l'algorithme à :
  R_1, $\pi_{R_1}(F)$ R_2, $\pi_{R_2}(F)$

a) Sans perte ? $\begin{cases} AC \to B \in F^+? \\ AC \to DE \in F^+? \end{cases}$

Non → n'est pas sans perte.

b) Décomposition avec algorithme.

i. $AB \to C$ et AB n'est pas une clé →
$$\begin{cases} R_1(A,B,C)\ avec\ \{AB \to C\}\ (OK) \\ R_2(A,B,D,E)\ avec\ \{AD \to BE, AE \to BD, E \to DB, D \to B\}\ (KO) \end{cases}$$

ii. $D \to B$ et D n'est pas une clé → $\begin{cases} R_{21}(B,D)\ \ avec\ \{D \to B\}\ (OK) \\ R_{22}(A,D,E)\ avec\ \{AD \to E, AE \to D, E \to D\}\ (KO) \end{cases}$

iii. $E \to D$ et E n'est pas une clé → $\begin{cases} R_{221}(D,E)\ avec\ \{E \to D\}\ (OK) \\ R_{222}(A,E)\ avec\ \{AE \to AE\}\ (OK) \end{cases}$

Dépendances conservées : $\{AB \to C, D \to B, E \to D\}$ (et $CD \to E$ n'est pas conservée)

Sans perte : Oui, car application de l'algorithme.

Exercice 5

Le schéma de relation $R(A, B, C, D, E, G)$ est-il en 2FN, 3FN ou BCNF par rapport aux ensembles de dépendances F donnés ci-dessous? Justifier!

a) $F = \{ABC \rightarrow DE, AEG \rightarrow BC, AC \rightarrow EG\}$

b) $F = \{AB \rightarrow CE, AC \rightarrow DG, G \rightarrow A, E \rightarrow B\}$

c) $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, DE \rightarrow A\}$

d) $F = \{AC \rightarrow B, CD \rightarrow E, EG \rightarrow AD, B \rightarrow CG\}$

Exercice 5

Rappel:

BCNF : Pour toute dépendance non triviale $X \to A$, X est une super-clé

3FN : Pour toute dépendance non triviale $X \to A$, où A est non-premier, X est une super-clé.

(attribut non premier = ne faisant partie d'aucune clé)

2FN : Pas d'attributs non premiers qui dépendent d'un sous-ensemble d'une clé

1FN : Attributs à valeur atomiques

Exercice 5

a) $F = \{ABC \rightarrow DE, AEG \rightarrow BC, AC \rightarrow EG\}$

- BCNF? Calcul des fermetures des parties gauche des dépendances
  - *i.* $ABC^+ = ABCDEG$ → clé
  - *ii.* $AEG^+ = AEGBCD$ → clé
  - *iii.* $AC^+ = ACEGBD$ → clé

  → BCNF

Exercice 5

b) $F = \{AB \rightarrow CE, AC \rightarrow DG, G \rightarrow A, E \rightarrow B\}$

- BCNF? Calcul des fermetures des parties gauche des dépendances.
  i. $AB^+ = ABCEDG$ → clé
  ii. $AC^+ = ACDG$ → pas une clé
  iii. $G^+ = GA$ → pas une clé
  iv. $E^+ = EB$ → pas une clé
  → pas en BCNF

- 3FN? Les dépendances problématiques en BCNF seront acceptées en 3FN si les attributs de la partie de droite sont premiers.

(premiers = faisant partie d'une clé)

Mes clés sont : AB, AE, GE, GB (à vérifier chez vous).

Si je considère $AC \rightarrow DG$, cela ne fonctionne pas en 3FN car D est non premier (les autres dépendances sont valides car $G, A, B \subset \{AB \vee GB\}$)

→ Pas en 3FN

Exercice 5

$b)\quad F = \{AB \rightarrow CE, AC \rightarrow DG, G \rightarrow A, E \rightarrow B\}$

- 2FN? Est-ce que la partie gauche des dépendances problématiques en 3FN sont des sous-ensembles de clés?

Mes clés sont : AB, AE, GE, GB.

$AC \rightarrow DG$, pose problème en 3FN.

AC n'est pas un sous-ensemble d'une clé.

→ 2FN

Exercice 5

c) $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, DE \rightarrow A\}$

- BCNF? Calcul des fermetures des parties gauche des dépendances.
   i. $A^{+} = ABC$ → pas une clé
   → Pas en BCNF

- 3FN? Les dépendances problématiques en BCNF seront acceptées en 3FN si les attributs de la partie de droite sont premiers.

Mon unique clé est : DEG (à vérifier chez vous).

$A \rightarrow B$, et B est non premier
→ Pas en 3FN

- 2FN?

$DE \rightarrow A$ avec A non premier et $DE \subset DEG$
→ Pas en 2FN

→ 1FN

Exercice 5

$d)\quad F = \{AC \to B, CD \to E, EG \to AD, B \to CG\}$

- BCNF? Calcul des fermetures des parties gauche des dépendances.
  - *i.* $AC^+ = ACBG$ → pas une clé

    → Pas en BCNF

- 3FN? Les dépendances problématiques en BCNF seront acceptées en 3FN si les attributs de la partie de droite sont premiers.

Mes clés sont : $ACD, ACE, BD, BE, CDG, CEG$ (à vérifier chez vous).

Pas d'attributs non premiers

→ 3FN

Exercice 6

Les décompositions suivantes, considérées sur le schéma de relation $R(A, B, C, D, E, G)$, sont-elles sans perte par rapport aux ensembles de dépendances F donnés? Conservent-elles les dépendances de F?

a) $F = \{AB \to E, C \to AB, E \to C, GB \to D\}$

$\rho = (ABED, ACEG)$

b) $F = \{AB \to C, CD \to BE, E \to A\}$

$\rho = (ABCD, CDEG)$

c) $F = \{A \to BC, C \to CD, C \to EG, G \to A\}$

$\rho = (ABC, CDEG)$

d) $F = \{ABC \to E, D \to C, EG \to BD, DE \to G\}$

$\rho = (ABDG, BCDE)$

Exercice 6

a) $F = \{AB \to E, C \to AB, E \to C, GB \to D\}$

$\rho = (ABED, ACEG)$

Sans perte?

$$AE \to BD \vee AE \to CG?$$

Calcul de $AE^+ = AECB$ → n'est pas sans perte.

Conserve les dépendances (calcul de F^+ à faire) ?

$$\Pi_{ABED}(F^+) = \{AB \to E, E \to AB\}$$
$$\Pi_{ACEG}(F^+) = \{C \to AE, E \to CA\}$$

$GB \to D$ n'est pas conservée.

Exercice 6

$b)\ \ F = \{AB \rightarrow C, CD \rightarrow BE, E \rightarrow A\}$

$\rho = (ABCD, CDEG)$

Sans perte?

$$CD \rightarrow AB \vee CD \rightarrow EG?$$

Calcul de $CD^{+} = CDBEA$ → sans perte.

Conserve les dépendances (calcul de F^{+} à faire) ?

$$\Pi_{ABCD}(F^{+}) = \{AB \rightarrow C, CD \rightarrow BA\}$$
$$\Pi_{CDEG}(F^{+}) = \{CD \rightarrow E\}$$

$E \rightarrow A$ n'est pas conservée.

Exercice 6

c) $F = \{A \to BC, B \to CD, C \to EG, G \to A\}$
$\rho = (ABC, CDEG)$

Sans perte?

$$C \to AB \vee C \to DEG?$$

Calcul de $C^+ = CEGABD$ → sans perte.

Conserve les dépendances (calcul de F^+ à faire) ?

$$\Pi_{ABC}(F^+) = \{A \to BC, B \to AC, C \to AB\}$$
$$\Pi_{CDEG}(F^+) = \{C \to DEG, G \to CDE\}$$

Toutes les dépendances sont conservées.

Exercice 6

d) $F = \{ABC \rightarrow E, D \rightarrow C, EG \rightarrow BD, DE \rightarrow G\}$
$\rho = (ABDG, BCDE)$

Sans perte?

$$BD \rightarrow AG \vee BD \rightarrow CE?$$

Calcul de $BD^+ = BDC$ → Pas sans perte.

Conserve les dépendances (calcul de F^+ à faire) ?

$$\Pi_{ABDG}(F^+) = \emptyset$$
$$\Pi_{BCDE}(F^+) = \{D \rightarrow C, DE \rightarrow BC\}$$

$ABC \rightarrow E$ n'est pas conservée.