Logique — 13 novembre 2012

Première question. Définir *ensemble consistant*, *ensemble finiment consistant*, *ensemble finiment consistant maximal*. Démontrer que tout ensemble finiment consistant est inclus dans un ensemble finiment consistant maximal.

Deuxième question. Supposons donnée une règle d'inférence. Si elle est correcte, est-il possible de la rendre incorrecte en ajoutant une prémisse inconsistante ? en retirant une prémisse inconsistante ? en ajoutant une prémisse valide ? en retirant une prémisse valide ? en remplaçant une prémisse par une conséquence logique des autres prémisses ? en remplaçant la conclusion par une conséquence logique de celle-ci ? Si la règle de départ est incorrecte, peut-on la rendre correcte en effectuant certaines des transformations décrites ci-dessus ?

Troisième question. Soit A une formule de logique propositionnelle ne comportant pas d'autres connecteurs que la négation et le conditionnel et admettant $p \Rightarrow q$ comme sous-formule ; soit A_1 la formule obtenue à partir de A en remplaçant la première occurrence de $p \Rightarrow q$ par $\neg p$.
Démontrer que, des deux formules A et A_1, l'une est conséquence logique de l'autre.
(Suggestion : penser à la technique utilisée pour démontrer le lemme de Kalmar.)

Question bonus. Montrer par un contre-exemple que le théorème ci-dessus ne subsisterait pas si on admettait aussi le biconditionnel.

Répondre à chaque question sur une feuille A4 *séparée*. Ne pas utiliser de *crayon*, ne pas utiliser de *rouge*.
Mentionner nom, prénom, section et numéro de la question sur *chaque* feuille, en haut à gauche.
Toute réponse doit être justifiée.

Logique — 13 novembre 2012

Première question. Définir *ensemble consistant*, *ensemble finiment consistant*, *ensemble finiment consistant maximal*. Démontrer que tout ensemble finiment consistant est inclus dans un ensemble finiment consistant maximal.

Deuxième question. Supposons donnée une règle d'inférence. Si elle est correcte, est-il possible de la rendre incorrecte en ajoutant une prémisse inconsistante ? en retirant une prémisse inconsistante ? en ajoutant une prémisse valide ? en retirant une prémisse valide ? en remplaçant une prémisse par une conséquence logique des autres prémisses ? en remplaçant la conclusion par une conséquence logique de celle-ci ? Si la règle de départ est incorrecte, peut-on la rendre correcte en effectuant certaines des transformations décrites ci-dessus ?

Troisième question. Soit A une formule de logique propositionnelle ne comportant pas d'autres connecteurs que la négation et le conditionnel et admettant $p \Rightarrow q$ comme sous-formule ; soit A_1 la formule obtenue à partir de A en remplaçant la première occurrence de $p \Rightarrow q$ par $\neg p$.
Démontrer que, des deux formules A et A_1, l'une est conséquence logique de l'autre.
(Suggestion : penser à la technique utilisée pour démontrer le lemme de Kalmar.)

Question bonus. Montrer par un contre-exemple que le théorème ci-dessus ne subsisterait pas si on admettait aussi le biconditionnel.

Répondre à chaque question sur une feuille A4 *séparée*. Ne pas utiliser de *crayon*, ne pas utiliser de *rouge*.
Mentionner nom, prénom, section et numéro de la question sur *chaque* feuille, en haut à gauche.
Toute réponse doit être justifiée.