Introduction à la Calculabilité
Interrogation du 9 novembre 1998

Livres ouverts. Durée : 1h30'.

1. Soit L le langage dénoté par l'expression régulière suivante

$$\big((a^* \cup ba)bb\big)^*$$

   (a) Construire un automate fini non déterministe qui accepte le langage L .

   (b) Construire un automate fini déterministe qui accepte le langage L .

   (c) Construire une grammaire régulière qui génère le langage L .

2. Soit le langage suivant

$$L = \{a^n b^m c^p \,\big|\, n, m, p \in \mathbb{N} \text{ et } p \leq n + m\}$$

   (a) Construire un automate à pile qui accepte le langage L .

   (b) Construire une grammaire hors-contexte qui génère le langage L .

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, soient $L_n = \{a^n b^m d^p c^n \,\big|\, m, p \in \mathbb{N}\}$ et $L'_n = \{a^m b^n d^p c^n \,\big|\, m, p \in \mathbb{N}\}$.

   (a) $n \in \mathbb{N}$ étant fixé, le langage L_n est-il régulier ? Si oui, donner une expression régulière le décrivant. Si non, justifier.

   (b) Soient $L = \bigcup\limits_{n \in \mathbb{N}} L_n$ et $L' = \bigcup\limits_{n \in \mathbb{N}} L'_n$.

      - Le langage L est-il régulier ? Si oui, donner une expression régulière le décrivant. Si non, justifier.
      - Le langage L est-il hors-contexte ? Si oui, donner une grammaire hors-contexte qui le génère. Si non, justifier.

   (c) Soit $\mathcal{L} = L \cap L'$. Le langage $\mathcal{L}$ est-il hors-contexte ? Si oui, donner une grammaire hors-contexte qui le génère. Si non, justifier.

4. L'ensemble des sous-ensembles finis de $\mathbb{N}$ est-il dénombrable. Justifier.