

Introduction à la Calculabilité

Interrogation du 4 novembre 1996

Livres ouverts. Durée : 1:30.

1. Soit L le langage dénoté par l'expression régulière

$$(a \cup b^*a)^+ \cup (b \cup a^+b)^+$$

- (a) Construire un automate fini non déterministe qui accepte le langage L .
 - (b) Construire un automate fini déterministe qui accepte le langage L .
 - (c) Construire une grammaire régulière qui génère le langage L .
 - (d) Construire une grammaire régulière qui génère le complément du langage L .
2. Démontrer par le théorème du gonflement que le langage $a^n b^{n^2}$ n'est pas régulier.
3. Le langage $(a^{N-n} b^n)^*$ (avec N une constante et $0 \leq n \leq N$) est-il régulier ? Justifier.
4. L'ensemble des solutions de l'équation $\cos^2 x = \frac{3}{4}$ est-il dénombrable ? Pour rappel, ces solutions sont données par $\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ et $\frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
5. Donner un automate à pile acceptant le langage $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid N_a(w) = N_b(w) + N_c(w)\}$. $N_\alpha(w)$ désigne le nombre de symboles α dans le mot w .
6. Montrer que tout langage régulier peut être généré par une grammaire dont toutes les règles sont de la forme $A \rightarrow wB$ ou $A \rightarrow w$ avec $|w| \geq 1$. La seule règle de production acceptée dont le membre de droite peut être vide est la suivante : $S \rightarrow \varepsilon$.