

Introduction à la Calculabilité

Interrogation du 28 octobre 2010

Livres ouverts. Durée : 1h30.

Répondez à chaque question sur une feuille séparée sur laquelle figurent votre nom et votre section. Soyez bref et concis, mais précis.

1. Soient $M, N \in \mathbb{N}_0$ deux constantes entières strictement positives. L'ensemble des matrices à M lignes, N colonnes et dont les éléments sont des entiers est-il toujours un ensemble dénombrable ? Justifiez. Qu'en est-il des matrices dont les éléments sont des réels ?
2. Soit L le langage des mots w construits sur l'alphabet $\{a, b\}$ qui respectent au moins l'une des deux conditions suivantes :
 - w contient exactement une occurrence de aa .
 - w appartient au langage généré par la grammaire suivante :

$$S \longrightarrow aS_1$$

$$S_1 \longrightarrow aS_1 \mid bS_1 \mid \varepsilon$$

- (a) Construisez un automate fini non déterministe acceptant L .
- (b) Construisez un automate fini déterministe acceptant L .

Remarque : Le mot aaa contient deux occurrences de aa .

3. Soit $K \in \mathbb{N}$ une constante naturelle. Démontrez, grâce à la deuxième version du théorème du gonflement pour les langages réguliers, que, quelle que soit la valeur de K , le langage

$$L_K = \{a^n b^m \mid m \geq K \text{ et } n = m - K\}$$

n'est pas régulier.

4. Soit L le langage défini par

$$L = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N} \text{ et } |n - m| = 2\},$$

où $|n - m|$ désigne la valeur absolue de $n - m$.

- (a) Construisez un automate à pile acceptant L .
- (b) Construisez une grammaire hors-contexte générant L .