

Introduction à la Calculabilité

Interrogation du 8 novembre 2007

Livres ouverts. Durée : 1h30.

Répondez à chaque question sur une feuille séparée sur laquelle figurent votre nom et votre section. Soyez bref et concis, mais précis.

1. Soit Σ un alphabet infini dénombrable. L'ensemble des mots de longueur finie définis sur cet alphabet est-il dénombrable ? Justifier.
2. Soit L le langage des mots définis sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, et qui ne contiennent aucune occurrence de bb ou qui appartiennent au langage généré par la grammaire suivante :

$$\begin{aligned}S &\rightarrow BabS \\S &\rightarrow \varepsilon \\B &\rightarrow aB \\B &\rightarrow bB \\B &\rightarrow \varepsilon\end{aligned}$$

- (a) Construire un automate fini non déterministe acceptant L en détaillant la démarche suivie.
 - (b) Construire un automate fini déterministe acceptant L .
3. Soit $L_{j,k}$ le langage défini par $\{a^i b^j c^k \mid i \geq j \times k\}$.
 - (a) Le langage $L_{j,k}$ est-il régulier pour tout choix de j et de k ? Justifier.
 - (b) Montrer que le langage

$$L = \bigcup_{(j,k) \in \mathbb{N}^2} L_{j,k}$$

n'est pas régulier.

4. Soit le langage $L = \{a^n b^m \mid 0 < n \leq m \leq 2n\}$.
 - (a) Décrire une grammaire hors-contexte générant L .
 - (b) Donner un automate à pile non déterministe acceptant L .