

# Introduction à la Calculabilité

Interrogation du 23 novembre 2006

*Livres ouverts. Durée : 1h30.*

1. Montrer que l'ensemble des sous-ensembles finis de  $\mathbb{N}$  est dénombrable.
2. Soit le langage  $L$  défini sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$ , et dénoté par l'expression régulière suivante:

$$(ab^*a \cup ac^*)^*.$$

- (a) Construire un automate fini non déterministe qui accepte  $L$ .
  - (b) Construire un automate fini déterministe qui accepte  $L$ .
  - (c) Donnez une grammaire régulière qui génère le complément de  $L$ .
3. Soit  $L$  un langage quelconque sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ . Pour tout mot  $w = w_0w_1 \dots w_n \in L$ , on définit  $w^r = w_nw_{n-1} \dots w_0$ . Montrez que le langage  $L' = \{ww^R \mid w \in L\}$ , n'est pas régulier en utilisant la deuxième version du théorème du gonflement pour les langages réguliers.
  4. Le langage  $L = \{a^n b^k c^z \mid k \leq n + z, \text{ et } k, n, z > 0\}$  défini sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  est-t-il hors-contexte? Justifier.