

Introduction à la Calculabilité

Interrogation du 8 novembre 2005

Livres ouverts. Durée : 1h30.

1. (a) L'ensemble des polynômes à coefficients entiers est-il dénombrable ? Justifier.
(b) Sachant que l'ensemble des réels \mathbb{R} n'est pas dénombrable, donner un ensemble $S \subset \mathbb{R}$ tel que ni S , ni $\mathbb{R} - S$ ne sont dénombrables.
2. Sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, soit le langage L_1 représenté par l'expression régulière $(b \cup ab)^*$ et le langage L_2 généré par la grammaire $S \rightarrow aS \mid baS \mid b$.
 - (a) Construire un automate fini déterministe qui accepte le langage $L_1 \cup L_2$.
 - (b) Donner une grammaire régulière qui génère le langage $L_1 \cap L_2$.
3. Décrire une grammaire générant le langage $\{a^m b^n \mid m \neq 2n\}$.
4. Soit le langage $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid N_a(w) = 2 \cdot N_b(w)\}$. $N_\alpha(w)$ désigne le nombre de symboles α dans le mot w .
 - (a) Construire un automate à pile qui accepte L .
 - (b) Montrer que L n'est pas un langage régulier.