

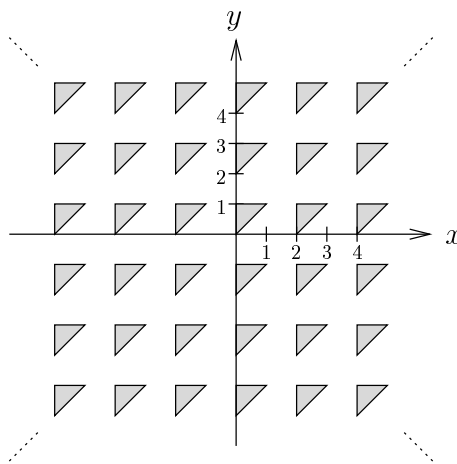
Introduction à la Calculabilité

Interrogation du 29 octobre 2002

Livres ouverts. Durée: 1h30.

Répondez à chaque question sur une feuille séparée sur laquelle figurent votre nom et votre section.

1. Soit la figure suivante :



Cette figure représente un ensemble de triangles répétés à l'infini dans toutes les directions. L'ensemble de tous ces triangles est-il dénombrable? Justifier.

2. Soient l'alphabet $\Sigma = \{a,b,c\}$ et le langage L des mots définis sur Σ dans lesquels toute occurrence de ab est immédiatement suivie soit d'un c , soit d'une autre occurrence de ab qui doit satisfaire la même règle. On demande de :
 - (a) Construire un automate fini déterministe qui accepte L ;
 - (b) Construire une grammaire régulière qui génère L .
3. Soient $m > 0$, $c \geq 0$ et $K = \{k_1, \dots, k_m\}$ un ensemble de m entiers positifs (i.e. $k_i \geq 0$ pour tout $1 \leq i \leq m$). Considérons le langage suivant, défini sur l'alphabet $\Sigma = \{a\}$:

$$L = \left\{ a^{\sum_{i=1}^m k_i n_i + c} \mid n_1, n_2, \dots, n_m \geq 0 \right\}.$$

Ce langage est-il régulier pour tout choix de m , c et K ? Justifier.

4. Soient l'alphabet $\Sigma = \{a,b,c\}$ et un langage régulier $L \subseteq \Sigma^*$. Définissons le langage L' comme suit :

$$L' = \{L^n a^n \mid n > 0\}.$$

- (a) Le langage L' est-il toujours régulier? Justifier brièvement.
- (b) Le langage L' est-il toujours non régulier? Justifier.
- (c) Décrire comment construire un automate à pile $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, Z, s_0, F)$ qui accepte L' , quelque soit L .
- (d) Décrire comment construire une grammaire hors contexte qui génère L' , quelque soit L .