

Introduction à la théorie de l'informatique

Répétition 9

Année académique 2012-2013

1. Trouvez une solution analytique pour

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} (2k+1)x^{2k}$ (avec $|x| < 1$);

(b) $\sum_{i=x}^y (2i+1)$;

(c) $\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=1}^n \left(\frac{j}{j+2}\right)^i$.

(d) $\sum_{k=0}^n k^2 4^k$ (Suggestion : par perturbation)

2. Démontrez que :

- $2^{n+1} = \Theta(2^n)$.
- si $a, b \in \mathbb{R}$ sont tels que $1 < a < b$, alors $a^n \neq o(b^n)$.
- $e^{2n} = o(n^n)$.
- $n! = \omega(n^n)$ (Suggestion : utiliser les bornes vues au cours pour $n!$)
- $\sum_{k=1}^n k^6 = \Theta(n^7)$

3. Ordonnez ces différentes fonctions suivant l'ordre asymptotique :

n	n^2
$\log_{10} n$	$n \log_2 n$
$n^{\ln n}$	$(\ln n)^n$
$\ln(n^n)$	$(\ln n)^{\ln n}$
$(\ln n)^{\ln(\ln n)}$	$2^{\ln n}$
$2^{\sqrt{\ln n}}$	2^n
3^n	$3^{n/2}$