

Introduction à la théorie de l'informatique

Répétition 4

Année académique 2012-2013

1. (a) Comparer le nombre de multiplications requis pour l'évaluation

$$\text{eval}(\text{subst}([3 * x], [1 + [x * x]]), 2)$$

dans le modèle d'environnement et dans le modèle de substitution.

- (b) Donner un exemple d'évaluation nécessitant 6 fois *moins* de multiplications dans le modèle d'environnement que dans le modèle de substitution.
 - (c) Donner un exemple d'évaluation nécessitant 6 fois *plus* de multiplications dans le modèle d'environnement que dans le modèle de substitution.
2. Soit Exp^e l'extension du langage des expressions définie par la forme BNF suivante :

$$E \in Exp^e ::= n | \text{true} | \text{false} | (E + E)$$

Informellement la sémantique du langage est la suivante : l'addition entre deux entiers a le sens classique de l'addition. L'addition entre deux booléens est assimilée à un "ou logique" (disjonction). Lorsqu'on veut additionner un booléen et un nombre, le booléen est d'abord transformé en un nombre, 1 pour **true** et 0 pour **false**, avant d'exécuter l'addition. On a donc par exemple :

$3 + 4$	donne	7
$\text{true} + \text{false}$	donne	true
$12 + \text{true}$	donne	13

- (a) Donnez une définition récursive de Exp^e équivalente à la forme BNF.

- (b) En vous inspirant de la sémantique dénotationnelle de Exp donnée au cours théorique, écrivez une sémantique dénotationnelle de Exp^e . Quel en est le domaine ?
- (c) En vous inspirant de la sémantique opérationnelle de Exp , écrivez les règles d'une sémantique opérationnelle de Exp^e .
- (d) Montrez par induction structurelle que pour toute expression $E \in Exp^e$, il existe une valeur $v \in \mathbb{N} \cup \{\mathbf{true}, \mathbf{false}\}$ telle que $E \rightarrow^* v$.
- (e) Modifiez la sémantique opérationnelle pour ajouter un opérateur \times dont la sémantique serait la suivante :
- Si E_1 et E_2 sont des nombres, alors $E_1 \times E_2$ est le produit de ces deux nombres.
 - Si E_1 ou E_2 est un booléen, alors $E_1 \times E_2$ renvoie une erreur, c'est-à-dire une valeur spéciale notée **error**.
- Par exemple, l'expression $(1 + 2) \times ((3 \times \mathbf{false}) + 4)$ renverra une erreur.