

Introduction à la théorie de l'informatique

Répétition 1

Année académique 2011-2012

1. Soit F , l'ensemble des fonctions à une variable réelle, défini comme suit :
 - $Id_{\mathbb{R}}(x) = x$, les fonctions constantes et $\sin(x)$ sont dans F .
 - Si f et g sont dans F , alors les fonctions
 - $f + g$, fg , e^f ,
 - la fonction réciproque $f^{(-1)}$ de f , et
 - $f \circ g$sont également dans F .Par induction structurelle, démontrez que F est fermé par rapport à la dérivée, i.e., que pour toute fonction f , si $f \in F$, alors $f' \in F$.
2. Soient $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. Démontrez ou infirmez les propositions suivantes :
 - (a) Si $a \mid b$ et si $a \mid c$, alors $a \mid (b + c)$.
 - (b) Si $ab \mid cd$, alors $a \mid c$ ou $a \mid d$.
3. Démontrez que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, il existe au moins une séquence de n nombres non-premiers consécutifs.
4. Démontrez que si p, q et r sont des nombres premiers distincts, il existe $a, b, c \in \mathbb{Z}$ tels que $a(pq) + b(qr) + c(rp) = 1$.